Ad-Soyad:
Numara:

18.04.2022

İmza:

SOYUT MATEMATİK II ARA SINAV SORULARI

1) Alt kafes, ardıllı küme, aritmetik birim, asal sayı ve ilgili olma tanımlarını yaparak birer örnek veriniz.
2) Doğal sayılarda çarpma işleminin toplama işlemi üzerine sağdan dağılma özelliği var mıdır? Gösteriniz.
3) **a)** Tam sayılarda (-3)+(-2) = -5 olduğunu gösteriniz.
   b) 0 ile 1 arasında bir tam sayı var mıdır? Gösteriniz.
4) Ardışık iki çift sayının dört ile bölünüp bölünemediğini araştırınız.

NOT: Sınav süresi 90 dakikadır.

BAŞARILAR

CEVAPLAR

1) Ders dökümanlarına bakınız.

2) $A = \{ p \in \mathbb{N} : \forall m,n \in \mathbb{N} \text{ için } (m+n)p = mp+np \} \subseteq \mathbb{N}$

$A = \mathbb{N}$?

- $0 \in A$?

$$\left.\begin{array}{l} 0 = (m+n)\cdot 0 \\ 0 = 0+0 \\ \quad = m0+n0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \in A$$

• $\forall p \in A$ için $p^+ \in A$?

$p \in A \Rightarrow \forall m,n \in \mathbb{N}$ için $(m+n)p = mp + np$ --- ①

$p^+ \in A \overset{?}{\Longleftrightarrow} \forall m,n \in \mathbb{N}$ için $(m+n)p^+ = mp^+ + np^+$

$$
\begin{aligned}
(m+n)p^+ &= (m+n)p + (m+n) &&, \text{ tanım} \\
&\overset{①}{=} (mp+np) + (m+n) \\
&= (mp+m) + (np+n) &&, \text{ toplamanın değişme öz. birleşme} \\
&= mp^+ + np^+ &&, \text{ tanım}
\end{aligned}
$$

$\therefore A = \mathbb{N}$

$\therefore \forall m,n,p \in \mathbb{N}$ için $(m+n)p = mp + np$

3) a) $(-3) + (-2) \cong [0,3] + [0,2]$
$= [0,5] \cong -5$

b) 0 ile 1 arasında $[x,y] \in \mathbb{Z}$ var olsun.

$$
\begin{aligned}
0 < [x,y] < 1 &\Rightarrow [0,0] < [x,y] < [1,0] \\
&\Rightarrow [0,0] < [x,y] \ \wedge \ [x,y] < [1,0] \\
&\Rightarrow 0+y < 0+x \ \wedge \ x+0 < y+1 \\
&\Rightarrow y < x \ \wedge \ x < y+1 \\
&\Rightarrow y < x \ \wedge \ x+1 \leq y+1 \\
&\Rightarrow y < x \ \wedge \ x \leq y \quad , \text{ Çelişki}
\end{aligned}
$$

$\therefore$ 0 ile 1 arasında bir tam sayı yoktur.

4) $k \in \mathbb{Z}$ için

$x = 2k, \ y = 2k+2$ olsun.

k çift ise

$\exists\, t \in \mathbb{Z} \ni k = 2t$

$x = 2k = 2(2t) = 4t \Rightarrow 4 \mid x$

$y = 2k+2 = 2(2t)+2 = 4t+2 \Rightarrow 4 \nmid y$

k tek ise

$\exists\, a \in \mathbb{Z} \ni k = 2a+1$

$y = 2k+2 = 2(2a+1)+2$

$= 4a+2+2$

$= 4a+4 = 4(a+1)$

$\Rightarrow 4 \mid y$

$x = 2k = 2(2a+1) = 4a+2 \Rightarrow 4 \nmid x$

$\therefore$ Ardışık iki çift sayının bir tanesi her zaman dört ile bölünür.